PATHFINDER®

Where Aspiration Meets Success

WBJEE : 2024

MATHEMATICS

Question with Solution

Test Booklet Code : ✿

Date : 28.04.2024

Pathfinder Educational Centre LLP, 47 Kalidas Patitundi Lane, Kalighat, Kolkata-26 ☎ 033-2455 1840 / 2454 4817 / 4668

M-2024

Subject : MATHEMATICS

4011066512

(Booklet Number)

Duration : 2 Hours

Full Marks : 100

INSTRUCTIONS

1. All questions are of objective type having four answer options for each.
2. Category-1: Carries 1 mark each and only one option is correct. In case of incorrect answer or any combination of more than one answer, ¼ mark will be deducted.
3. Category-2: Carries 2 marks each and only one option is correct. In case of incorrect answer or any combination of more than one answer, ½ mark will be deducted.
4. Category-3: Carries 2 marks each and one or more option(s) is/are correct. If all correct answers are not marked and no incorrect answer is marked, then score = 2 × number of correct answers marked ÷ actual number of correct answers. If any wrong option is marked or if any combination including a wrong option is marked, the answer will be considered wrong, but there is **no negative marking** for the same and zero mark will be awarded.
5. Questions must be answered on OMR sheet by darkening the appropriate bubble marked A, B, C, or D.
6. Use only **Black/Blue ink ball point pen** to mark the answer by filling up of the respective bubbles completely.
7. Write Question Booklet number and your roll number carefully in the specified locations of the OMR Sheet. Also fill appropriate bubbles.
8. Write your name (in block letter), name of the examination center and put your signature (as is appeared in Admit Card) in appropriate boxes in the **OMR Sheet**.
9. The OMR Sheet is liable to become invalid if there is any mistake in filling the correct bubbles for Question Booklet number/roll number or if there is any discrepancy in the name/ signature of the candidate, name of the examination center. The OMR Sheet may also become invalid due to folding or putting stray marks on it or any damage to it. The consequence of such invalidation due to incorrect marking or careless handling by the candidate will be the sole responsibility of candidate.
10. Candidates are not allowed to carry any written or printed material, calculator, pen, log-table, wristwatch, any communication device like mobile phones, bluetooth device etc. inside the examination hall. Any candidate found with such prohibited items will be **reported against** and his/her candidature will be summarily cancelled.
11. Rough work must be done on the Question Booklet itself. Additional blank pages are given in the Question Booklet for rough work.
12. Hand over the OMR Sheet to the invigilator before leaving the Examination Hall.
13. This Booklet contains questions in both English and Bengali. Necessary care and precaution were taken while framing the Bengali version. However, if any discrepancy(ies) is /are found between the two versions, the information provided in the English version will stand and will be treated as final.
14. Candidates are allowed to take the Question Booklet after examination is over.

Signature of the Candidate : ____________

(as in Admit Card)

Signature of the Invigilator : ____________

M-2024

67 ✿

M-2024

MATHEMATICS

Category-1 (Q. 1 to 50)

(Carry 1 mark each. Only one option is correct. Negative marks: $-\frac{1}{4}$)

1. All values of a for which the inequality $\frac{1}{\sqrt{a}}\int_1^a\left(\frac{3}{2}\sqrt{x}+1-\frac{1}{\sqrt{x}}\right)dx<4$ is satisfied, lie in the interval

'a'-এর যেসব মানের জন্য $\frac{1}{\sqrt{a}}\int_1^a\left(\frac{3}{2}\sqrt{x}+1-\frac{1}{\sqrt{x}}\right)dx<4$ অসমতাটি সিদ্ধ হয়, সেই মানগুলি যে অন্তরালে আছে, সেটি হল

(A) (1, 2) (B) (0, 3) (C) (0, 4) (D) (1, 4)

2. For any integer n, $\int_0^{\pi} e^{\cos^2 x}\cdot\cos^3(2n+1)x\,dx$ has the value

যে কোন পূর্ণসংখ্যা n এর জন্য $\int_0^{\pi} e^{\cos^2 x}\cdot\cos^3(2n+1)x\,dx$ –এর মান হবে

(A) π (B) 1 (C) 0 (D) $\frac{3\pi}{2}$

3. Let f be a differential function with $\lim_{x\to\infty} f(x)=0$. If $y'+yf'(x)-f(x)f'(x)=0$, $\lim_{x\to\infty} y(x)=0$ then

মনে কর f একটি অবকলনযোগ্য অপেক্ষক, $\lim_{x\to\infty} f(x)=0$

যদি $y'+yf'(x)-f(x)f'(x)=0$, $\lim_{x\to\infty} y(x)=0$ হয়, তবে

(A) $y+1=e^{f(x)}+f(x)$ (B) $y+1=e^{-f(x)}+f(x)$
(C) $y+2=e^{-f(x)}+f(x)$ (D) $y-1=e^{-f(x)}+f(x)$

4. If $xy'+y-e^x=0$, $y(a)=b$, then $\lim_{x\to 1} y(x)$ is

যদি $xy'+y-e^x=0$, $y(a)=b$ হয়, তবে $\lim_{x\to 1} y(x)$ হবে

(A) $e+2ab-e^a$ (B) e^2+ab-e^{-a}
(C) $e-ab+e^a$ (D) $e+ab-e^a$, $\left(y'=\frac{dy}{dx}\right)$

M-2024

5. The area bounded by the curves $x = 4 - y^2$ and the Y-axis is

(A) 16 sq. unit (B) $\frac{32}{3}$ sq. unit (C) $\frac{16}{3}$ sq. unit (D) 32 sq. unit

$x = 4 - y^2$ ও Y-অক্ষ দ্বারা সীমাবদ্ধ অঞ্চলের ক্ষেত্রফল হবে

(A) 16 বর্গ একক (B) $\frac{32}{3}$ বর্গ একক (C) $\frac{16}{3}$ বর্গ একক (D) 32 বর্গ একক

6. $f(x) = \cos x - 1 + \frac{x^2}{2!}, x \in \mathbb{R}$

Then f(x) is

(A) decreasing function (B) increasing function

(C) neither increasing nor decreasing (D) constant $\forall x > 0$

$f(x) = \cos x - 1 + \frac{x^2}{2!}, x \in \mathbb{R}$

সেক্ষেত্রে f(x) হবে

(A) ক্রমহ্রাসমান অপেক্ষক (B) ক্রমবর্ধমান অপেক্ষক

(C) ক্রমহ্রাসমান ও ক্রমবর্ধমান কোনটিই নয় (D) ধ্রুবক, সকল $x > 0$ -এর জন্য

7. Let y = f(x) be any curve on the X-Y plane & P be a point on the curve. Let C be a fixed point not on the curve. The length PC is either a maximum or a minimum, then

(A) PC is perpendicular to the tangent at P

(B) PC is parallel to the tangent at P

(C) PC meets the tangent at an angle of 45°

(D) PC meets the tangent at an angle of 60°

মনে কর, y = f(x), X-Y তলে প্রদত্ত বক্ররেখা ও P ঐ বক্ররেখার উপরিস্থ একটি বিন্দু। C একটি স্থির বিন্দু যা বক্ররেখার উপরিস্থ নয়। দৈর্ঘ্য PC সর্বোচ্চ বা সর্বনিম্ন হবে যদি

(A) PC, P বিন্দুতে অঙ্কিত স্পর্শকের উপর লম্ব হয়

(B) PC, P বিন্দুতে অঙ্কিত স্পর্শকের সমান্তরাল হয়

(C) PC, ঐ স্পর্শকের সঙ্গে 45° কোণে নত

(D) PC, স্পর্শককে 60° কোণে ছেদ করে

M-2024

8. If a particle moves in a straight line according to the law $x = a \sin(\sqrt{\lambda}\, t + b)$, then the particle will come to rest at two points whose distance is [symbols have their usual meaning]

$x = a \sin(\sqrt{\lambda}\, t + b)$ সূত্রানুসারে একটি বস্তুকণা সরলরেখা বরাবর গতিশীল আছে। বস্তুকণাটি দুটি বিন্দুতে স্থিতাবস্থায় আসবে যাদের দূরত্ব হবে [প্রতীক প্রচলিত অর্থবহ]

(A) a (B) $\frac{a}{2}$ (C) 2a (D) 4a

9. A unit vector in XY-plane making an angle 45° with $\hat{i} + \hat{j}$ and an angle 60° with $3\hat{i} - 4\hat{j}$ is

XY-সমতলে $\hat{i} + \hat{j}$-এর সঙ্গে 45° কোণে নত ও $3\hat{i} - 4\hat{j}$-এর সঙ্গে 60° কোণে নত একক ভেক্টর হয়

(A) $\frac{13}{14}\hat{i} + \frac{1}{14}\hat{j}$ (B) $\frac{1}{14}\hat{i} + \frac{13}{14}\hat{j}$

(C) $\frac{13}{14}\hat{i} - \frac{1}{14}\hat{j}$ (D) $\frac{1}{14}\hat{i} - \frac{13}{14}\hat{j}$

10. Let $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ be given by $f(x) = |x^2 - 1|$, then

(A) f has a local minima at $x = \pm 1$ but no local maxima
(B) f has a local maxima at $x = 0$, but no local minima
(C) f has a local minima at $x = \pm 1$ and a local maxima at $x = 0$
(D) f has neither any local maxima nor any local minima

$f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ সংজ্ঞাত আছে যে $f(x) = |x^2 - 1|$ তবে

(A) $x = \pm 1$ বিন্দুতে f-এর স্থানীয় সর্বনিম্ন মান আছে কিন্তু স্থানীয় সর্বোচ্চ মান নেই।
(B) f-এর $x = 0$ বিন্দুতে স্থানীয় সর্বোচ্চ মান আছে কিন্তু সর্বনিম্ন মান নেই।
(C) $x = \pm 1$ বিন্দুতে f-এর স্থানীয় সর্বনিম্ন মান আছে ও $x = 0$ বিন্দুতে স্থানীয় সর্বোচ্চ মান আছে।
(D) f-এর স্থানীয় সর্বনিম্ন মান ও সর্বোচ্চ মান নেই

M-2024

11. Given an A.P. and a G.P. with positive terms, with the first and second terms of the progressions being equal. If a_n and b_n be the n^{th} term of A.P. and G.P. respectively then

(A) $a_n > b_n$ for all $n > 2$
(B) $a_n < b_n$ for all $n > 2$
(C) $a_n = b_n$ for some $n > 2$
(D) $a_n = b_n$ for some odd n

ধনাত্মক পদবিশিষ্ট দুটি প্রদত্ত সমান্তর শ্রেণী (A.P.) ও গুণোত্তর শ্রেণী (G.P.) দ্বয়ের প্রথম ও দ্বিতীয় পদ একই। A.P. ও G.P. এর n-তম পদদ্বয় যথাক্রমে a_n ও b_n হলে

(A) $a_n > b_n$ সকল $n > 2$-এর জন্য
(B) $a_n < b_n$ সকল $n > 2$-এর জন্য
(C) $a_n = b_n$ কিছু সংখ্যক $n > 2$-এর জন্য
(D) $a_n = b_n$ কিছু সংখ্যক বিজোড় n-এর জন্য

12. If for the series $a_1, a_2, a_3, \ldots\ldots$ etc, $a_r - a_{r+1}$ bears a constant ratio with $a_r \cdot a_{r+1}$; then $a_1, a_2, a_3 \ldots\ldots$ are in

(A) A.P.
(B) G.P.
(C) H.P.
(D) Any other series

যদি $a_1, a_2, a_3, \ldots\ldots$ শ্রেণীটির জন্য $a_r - a_{r+1}$ ও $a_r \cdot a_{r+1}$ এর অনুপাত একটি ধ্রুবক হয়, তবে $a_1, a_2, a_3 \ldots\ldots$ শ্রেণীটি হবে একটি

(A) A.P.
(B) G.P.
(C) H.P.
(D) অন্য কোন শ্রেণী

6

M-2024

13. If z_1 and z_2 be two roots of the equation $z^2 + az + b = 0$, $a^2 < 4b$, then the origin, z_1 and z_2 form an equilateral triangle if

যদি z_1 ও z_2 সমীকরণ $z^2 + az + b = 0$-এর দুটি বীজ হয় যেখানে $a^2 < 4b$, সেক্ষেত্রে মূল বিন্দু, z_1 ও z_2 বিন্দু ত্রয়ের দ্বারা গঠিত ত্রিভুজটি সমবাহু হবে, যদি

(A) $a^2 = 3b^2$
(B) $a^2 = 3b$
(C) $b^2 = 3a$
(D) $b^2 = 3a^2$

14. If $\cos\theta + i\sin\theta$, $\theta \in \mathbb{R}$, is a root of the equation

$a_0x^n + a_1x^{n-1} + ... + a_{n-1}x + a_n = 0$, $a_0, a_1, ... a_n \in \mathbb{R}$, $a_0 \neq 0$,

then the value of $a_1\sin\theta + a_2\sin 2\theta + ... + a_n\sin n\theta$ is

$a_0x^n + a_1x^{n-1} + ... + a_{n-1}x + a_n = 0$ ($a_0, a_1, ... a_n \in \mathbb{R}$, $a_0 \neq 0$) সমীকরণের একটি বীজ $\cos\theta + i\sin\theta$ ($\theta \in \mathbb{R}$) হলে

$a_1\sin\theta + a_2\sin 2\theta + ... + a_n\sin n\theta$ -এর মান হবে

(A) 2n
(B) n
(C) 0
(D) n + 1

15. If $(x^2 \log_x 27) \cdot \log_9 x = x + 4$ then the value of x is

যদি $(x^2 \log_x 27) \cdot \log_9 x = x + 4$ সেক্ষেত্রে x-এর মান হবে

(A) 2
(B) $-\frac{4}{3}$
(C) –2
(D) $\frac{4}{3}$

M-2024

16. If $P(x) = ax^2 + bx + c$ and $Q(x) = -ax^2 + dx + c$ where $ac \neq 0$, then $P(x) \cdot Q(x) = 0$ has (a, b, c, d are real)

(A) 2 real roots
(B) at least two real roots
(C) 4 real roots
(D) no real root

যদি $P(x) = ax^2 + bx + c$ এবং $Q(x) = -ax^2 + dx + c$ হয়, যেখানে $ac \neq 0$, তবে $P(x) \cdot Q(x) = 0$ সমীকরণের (a, b, c, d বাস্তব)

(A) দুটি বীজ বাস্তব
(B) অন্তত দুটি বীজ বাস্তব
(C) চারটি বীজ বাস্তব
(D) কোন বাস্তব বীজ নেই

17. Let N be the number of quadratic equations with coefficients from {0, 1, 2, ..., 9} such that 0 is a solution of each equation. Then the value of N is

{0, 1, 2, ..., 9} সেট থেকে সহগ সম্বলিত দ্বিঘাত সমীকরণের সংখ্যা N হলে ও প্রতি সমীকরণের একটি বীজ 0 হলে N-এর মান হবে

(A) 2^9 (B) 3^9 (C) 90 (D) 81

18. If a, b, c are distinct odd natural numbers, then the number of rational roots of the equation $ax^2 + bx + c = 0$

(A) must be 0
(B) must be 1
(C) must be 2
(D) cannot be determined from the given data

যদি a, b, c ভিন্ন ভিন্ন বিজোড় স্বাভাবিক সংখ্যা হয়, সেক্ষেত্রে $ax^2 + bx + c = 0$ সমীকরণের মূলদ বীজের সংখ্যা হবে

(A) অবশ্যই শূন্য
(B) অবশ্যই 1
(C) অবশ্যই 2
(D) প্রদত্ত উপাত্ত থেকে বীজগুলি নিরূপণ সম্ভব নয়

M-2024

19. The numbers 1, 2, 3, ..., m are arranged in random order. The number of ways this can be done, so that the numbers 1, 2, ..., r (r < m) appears as neighbours is

1, 2, 3, ..., m সংখ্যাগুলিকে যথেচ্ছ ভাবে সাজানো হলে যেগুলিতে 1, 2, ..., r (r < m) সামিপ্যে থাকবে তার সংখ্যা হল

(A) (m – r)!
(B) (m – r + 1)!
(C) (m – r)! r!
(D) (m – r + 1)! r!

20. If $A = \begin{pmatrix} \cos\theta & -\sin\theta \\ \sin\theta & \cos\theta \end{pmatrix}$ and $\theta = \frac{2\pi}{7}$, then $A^{100} = A \times A \times \ldots$ (100 times) is equal to

যদি $A = \begin{pmatrix} \cos\theta & -\sin\theta \\ \sin\theta & \cos\theta \end{pmatrix}$ ও $\theta = \frac{2\pi}{7}$ হয়, তবে $A^{100} = A \times A \times \ldots$ (100 বার) হবে

(A) $\begin{pmatrix} \cos 2\theta & -\sin 2\theta \\ \sin 2\theta & \cos 2\theta \end{pmatrix}$
(B) $\begin{pmatrix} \cos\theta & -\sin\theta \\ \sin\theta & \cos\theta \end{pmatrix}$
(C) $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$
(D) $\begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$

21. If $(1 + x + x^2 + x^3)^5 = \sum_{k=0}^{15} a_k x^k$ then $\sum_{k=0}^{7} (-1)^k \cdot a_{2k}$ is equal to

যদি $(1 + x + x^2 + x^3)^5 = \sum_{k=0}^{15} a_k x^k$ হয়, তবে $\sum_{k=0}^{7} (-1)^k \cdot a_{2k}$ হবে

(A) 2^5
(B) 4^5
(C) 0
(D) 4^4

22. The coefficient of $a^{10}b^7c^3$ in the expansion of $(bc + ca + ab)^{10}$ is

$(bc + ca + ab)^{10}$ এর বিস্তৃতিতে $a^{10}b^7c^3$ -এর সহগ হবে

(A) 140
(B) 150
(C) 120
(D) 160

M-2024

23. If $\begin{vmatrix} x^k & x^{k+2} & x^{k+3} \\ y^k & y^{k+2} & y^{k+3} \\ z^k & z^{k+2} & z^{k+3} \end{vmatrix} = (x-y)(y-z)(z-x)\left(\frac{1}{x}+\frac{1}{y}+\frac{1}{z}\right)$, then

যদি $\begin{vmatrix} x^k & x^{k+2} & x^{k+3} \\ y^k & y^{k+2} & y^{k+3} \\ z^k & z^{k+2} & z^{k+3} \end{vmatrix} = (x-y)(y-z)(z-x)\left(\frac{1}{x}+\frac{1}{y}+\frac{1}{z}\right)$ হয়, তবে

(A) $k = -3$ (B) $k = 3$ (C) $k = 1$ (D) $k = -1$

24. If $\begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 3 & 2 \end{bmatrix} \cdot A \cdot \begin{bmatrix} -3 & 2 \\ 5 & -3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$, then A =

যদি $\begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 3 & 2 \end{bmatrix} \cdot A \cdot \begin{bmatrix} -3 & 2 \\ 5 & -3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ হয়, তবে A =

(A) $\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$ (B) $\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ (C) $\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$ (D) $\begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$

25. Let $f(x) = \begin{vmatrix} \cos x & x & 1 \\ 2\sin x & x^3 & 2x \\ \tan x & x & 1 \end{vmatrix}$, then $\lim_{x \to 0} \frac{f(x)}{x^2} =$

ধরি $f(x) = \begin{vmatrix} \cos x & x & 1 \\ 2\sin x & x^3 & 2x \\ \tan x & x & 1 \end{vmatrix}$, তবে $\lim_{x \to 0} \frac{f(x)}{x^2} =$

(A) 2 (B) −2 (C) 1 (D) −1

10

M-2024

26. In $\mathbb{R}$, a relation p is defined as follows :

$\forall a, b \in \mathbb{R}$, a p b holds iff $a^2 - 4ab + 3b^2 = 0$. Then

(A) p is equivalence relation
(B) p is only symmetric
(C) p is only reflexive
(D) p is only transitive

$\mathbb{R}$-এ p সম্পর্কটি নিম্নভাবে সংজ্ঞাত আছে :

সকল a, b ∈ $\mathbb{R}$-এর জন্য a p b হবে যদি ও কেবলমাত্র যদি $a^2 - 4ab + 3b^2 = 0$ হয়।

যেক্ষেত্রে

(A) p সমতুল্য সম্পর্ক
(B) p শুধুমাত্র প্রতিসম সম্পর্ক
(C) p শুধুমাত্র স্বসম সম্পর্ক
(D) p শুধুমাত্র সংক্রমণ সম্পর্ক

27. Let $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ be a function defined by $f(x) = \dfrac{e^{|x|} - e^{-x}}{e^{x} + e^{-x}}$, then

(A) f is both one-one and onto
(B) f is one-one but not onto
(C) f is onto but not one-one
(D) f is neither one-one nor onto

যদি $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ যেখানে $f(x) = \dfrac{e^{|x|} - e^{-x}}{e^{x} + e^{-x}}$, তবে f অপেক্ষকটি

(A) এঁকৈক ও উপরি চিত্রণ হবে
(B) এঁকৈক কিন্তু উপরি চিত্রণ নয়
(C) উপরিচিত্রণ কিন্তু এঁকৈক নয়
(D) এঁকৈক বা উপরি চিত্রণ কোনটিই নয়

28. Let A be the set of even natural numbers that are < 8 &

B be the set of prime integers that are < 7

The number of relations from A to B are

A সেইসব যুগ্ম স্বভাবিক সংখ্যার সেট যারা < 8 ও

B সেইসব মৌলিক সংখ্যার সেট যারা < 7

A থেকে B-তে সংজ্ঞাত হতে পারে এমন সম্পর্কের সংখ্যা হল

(A) 3^2
(B) 2^{9-1}
(C) 9^2
(D) 2^9

M-2024

29. Two smallest squares are chosen one by one on a chess board. The probability that they have a side in common is

একটি দাবার বোর্ড থেকে দুটি ক্ষুদ্রতম আকারের বর্গক্ষেত্র পর পর বেছে নেওয়া হল। ঐ দুটির একটি অভিন্ন বাহু থাকবে তার সম্ভাবনা হল

(A) $\frac{1}{9}$ (B) $\frac{2}{7}$ (C) $\frac{1}{18}$ (D) $\frac{5}{18}$

30. Two integers r and s are drawn one at a time without replacement from the set $\{1, 2, ..., n\}$. Then $P(r \le k/s \le k) =$

$\{1, 2, ..., n\}$ সেট থেকে প্রথমে একটি সংখ্যা r নেওয়া হল, অবশিষ্ট সংখ্যাগুলি থেকে s আর একটি সংখ্যা নেওয়া হল, তবে $P(r \le k/s \le k)$ হবে

(A) $\frac{k}{n}$ (B) $\frac{k}{n-1}$ (C) $\frac{k-1}{n}$ (D) $\frac{k-1}{n-1}$

(k is an integer < n)

31. A biased coin with probability p $(0 < p < 1)$ of getting head is tossed until a head appears for the first time. If the probability that the number of tosses required is even is $\frac{2}{5}$, then p =

একটি টালযুক্ত মুদ্রার হেড পড়ার সম্ভাবনা p $(0 < p < 1)$ এবং প্রথমবার হেড না পড়া পর্যন্ত ছোড়া হল। যদি জোড় সংখ্যকবার ছোড়ার পর হেড পড়ার সম্ভাবনা $\frac{2}{5}$ হয় তবে p =

(A) $\frac{1}{4}$ (B) $\frac{1}{3}$ (C) $\frac{2}{3}$ (D) $\frac{3}{4}$

32. The expression $\cos^2 \phi + \cos^2 (\theta + \phi) - 2 \cos \theta \cos \phi \cos(\theta + \phi)$ is

(A) independent of θ (B) independent of ϕ

(C) independent of θ and ϕ (D) dependent on θ and ϕ

$\cos^2 \phi + \cos^2 (\theta + \phi) - 2 \cos \theta \cos \phi \cos(\theta + \phi)$ রাশিটি

(A) θ এর উপর নির্ভরশীল নয় (B) ϕ এর উপর নির্ভরশীল নয়

(C) θ ও ϕ উভয়ের উপর নির্ভরশীল নয় (D) θ ও ϕ উভয়ের উপর নির্ভরশীল

M-2024

33. If $0 < \theta < \frac{\pi}{2}$ and $\tan 3\theta \neq 0$, then $\tan\theta + \tan 2\theta + \tan 3\theta = 0$ if $\tan\theta \cdot \tan 2\theta = k$ where k =

যদি $0 < \theta < \frac{\pi}{2}$ এবং $\tan 3\theta \neq 0$ হয়, তবে $\tan\theta + \tan 2\theta + \tan 3\theta = 0$ হবে, যদি $\tan\theta \cdot \tan 2\theta = k$ হয়, যেখানে k =

(A) 1　　(B) 2　　(C) 3　　(D) 4

34. The equation $r\cos\theta = 2a\sin^2\theta$ represents the curve

$r\cos\theta = 2a\sin^2\theta$ যে বক্ররেখা সূচিত করে তা হল

(A) $x^3 = y^2(2a + x)$　　(B) $x^2 = y^2(2a + x)$

(C) $x^3 = y^2(2a - x)$　　(D) $x^3 = y^2(a + x)$

35. If (1, 5) be the midpoint of the segment of a line between the line $5x - y - 4 = 0$ and $3x + 4y - 4 = 0$, then the equation of the line will be

$5x - y - 4 = 0$ ও $3x + 4y - 4 = 0$ মধ্যে ছেদিতাংশ একটি সরলরেখার মধ্যবিন্দু (1, 5) হলে ঐ ছেদিতাংশ রেখার সমীকরণ হবে

(A) $83x + 35y - 92 = 0$　　(B) $83x - 35y + 92 = 0$

(C) $83x - 35y - 92 = 0$　　(D) $83x + 35y + 92 = 0$

36. In ΔABC, co-ordinates of A are (1, 2) and the equation of the medians through B and C are $x + y = 5$ and $x = 4$ respectively. Then the midpoint of BC is

ত্রিভুজ ABC-তে A বিন্দুর স্থানাংক (1, 2), B ও C গামী মধ্যমা দুটির সমীকরণ যথাক্রমে $x + y = 5$ ও $x = 4$ দেওয়া আছে। BC-এর মধ্যবিন্দু হবে

(A) $\left(5, \frac{1}{2}\right)$　　(B) $\left(\frac{11}{2}, 1\right)$　　(C) $\left(11, \frac{1}{2}\right)$　　(D) $\left(\frac{11}{2}, \frac{1}{2}\right)$

P.T.O.

M-2024

37. A line of fixed length a + b, a ≠ b moves so that its ends are always on two fixed perpendicular straight lines. The locus of a point which divides the line into two parts of length a and b is

(A) a parabola (B) a circle (C) an ellipse (D) a hyperbola

অ-পরিবর্তনীয় দৈর্ঘ্য a + b বিশিষ্ট একটি সরলরেখা (a ≠ b) এভাবে সঞ্চরণশীল যে তাদের প্রান্তবিন্দুদ্বয় দুটি স্থির ও পরস্পরের উপর লম্ব রেখায় আছে। যে বিন্দুটি ঐ রেখাকে a ও b দৈর্ঘ্যবিশিষ্ট দুটি ছেদিতাংশে বিভক্ত করে তার সঞ্চারপথ হবে

(A) একটি অধিবৃত্ত (B) একটি বৃত্ত (C) একটি উপবৃত্ত (D) একটি পরাবৃত্ত

38. With origin as a focus and $x = 4$ as corresponding directrix, a family of ellipse are drawn. Then the locus of an end of minor axis is

(A) a circle (B) a parabola (C) a straight line (D) a hyperbola

মূলবিন্দুকে একটি নাভি এবং তার অনুসঙ্গী নিয়ামক $x = 4$ ধরে উপবৃত্ত পরিবার রচিত হল। সেক্ষেত্রে উপাক্ষের প্রান্তবিন্দুর সঞ্চারপথ হবে

(A) একটি বৃত্ত (B) একটি অধিবৃত্ত (C) একটি সরল রেখা (D) একটি পরাবৃত্ত

39. Chords AB & CD of a circle intersect at right angle at the point P. If the length of AP, PB, CP, PD are 2, 6, 3, 4 units respectively, then the radius of the circle is

(A) 4 units (B) $\frac{\sqrt{65}}{2}$ units (C) $\frac{\sqrt{67}}{2}$ units (D) $\frac{\sqrt{66}}{2}$ units

একটি বৃত্তের জ্যাদ্বয় AB ও CD একটি বিন্দু P-তে সমকোণে ছেদ করে। AP, PB, CP ও PD-এর দৈর্ঘ্যগুলি যথাক্রমে 2, 6, 3, 4 একক হলে, বৃত্তের ব্যাসার্ধ হবে

(A) 4 একক (B) $\frac{\sqrt{65}}{2}$ একক (C) $\frac{\sqrt{67}}{2}$ একক (D) $\frac{\sqrt{66}}{2}$ একক

14

M-2024

40. The plane $2x - y + 3z + 5 = 0$ is rotated through 90° about its line of intersection with the plane $x + y + z = 1$. The equation of the plane in new position is

$2x - y + 3z + 5 = 0$ তলটি $x + y + z = 1$ তলের সঙ্গে ছেদিতরেখার সাপেক্ষে 90° কোণে ঘোরানো হল। নতুন-এই অবস্থানে তলটির সমীকরণ হবে

(A) $3x + 9y + z + 17 = 0$ (B) $3x + 9y + z = 17$

(C) $3x - 9y - z = 17$ (D) $3x + 9y - z = 17$

41. If the relation between the direction ratios of two lines in $\mathbb{R}^3$ are given by

$l + m + n = 0,\ 2\,lm + 2\,mn - ln = 0$

then the angle between the lines is

(l, m, n have their usual meaning)

$\mathbb{R}^3$-তে দুটি সরলরেখার দিকঅনুপাত নিম্ন সম্পর্কের দ্বারা নির্ণীত হয়

$l + m + n = 0,\ 2\,lm + 2\,mn - ln = 0$

সেক্ষেত্রে ঐ সরলরেখাদ্বয়ের মধ্যকোণ হবে

(A) $\frac{\pi}{6}$ (B) $\frac{2\pi}{3}$ (C) $\frac{\pi}{2}$ (D) $\frac{\pi}{4}$

(l, m, n প্রচলিত অর্থবহ)

42. ΔOAB is an equilateral triangle inscribed in the parabola $y^2 = 4ax$, $a > 0$ with O as the vertex, then the length of the side of ΔOAB is

(A) $8a\sqrt{3}$ unit (B) 8a unit (C) $4a\sqrt{3}$ unit (D) 4a unit

$y^2 = 4ax$, $a > 0$ অধিবৃত্তটি দেওয়া আছে। অধিবৃত্তে অন্তর্নিহিত সমবাহু ত্রিভুজ হল ΔOAB, যেখানে O অধিবৃত্তর শীর্ষবিন্দু। ΔOAB-এর বাহুর দৈর্ঘ্য হবে

(A) $8a\sqrt{3}$ একক (B) 8a একক (C) $4a\sqrt{3}$ একক (D) 4a একক

M-2024

43. For every real number $x \neq -1$, let $f(x) = \frac{x}{x+1}$.

Write $f_1(x) = f(x)$ & for $n \geq 2$, $f_n(x) = f(f_{n-1}(x))$. Then $f_1(-2) \cdot f_2(-2) \ldots\ldots f_n(-2)$ must be

$x \neq -1$ এমন প্রতিটি বাস্তব সংখ্যার জন্য $f(x) = \frac{x}{x+1}$ দেওয়া আছে

ধরিয়া লও $f_1(x) = f(x)$ এবং $n \geq 2$-এর জন্য $f_n(x) = f(f_{n-1}(x))$ । সেক্ষেত্রে $f_1(-2) \cdot f_2(-2) \ldots\ldots f_n(-2)$

এর মান অবশ্যই হবে

(A) $\frac{2^n}{1.3.5.\ldots\ldots(2n-1)}$ (B) 1

(C) $\frac{1}{2}\binom{2n}{n}$ (D) $\binom{2n}{n}$

44. If U_n (n = 1, 2) denotes the n^{th} derivative (n = 1, 2) of $U(x) = \frac{Lx+M}{x^2-2Bx+C}$ (L, M, B, C are constants), then $PU_2 + QU_1 + RU = 0$, holds for

যদি $U(x) = \frac{Lx+M}{x^2-2Bx+C}$ (L, M, B, C ধ্রুবক)-এর n-ক্রমের অবকল সহগ U_n (n = 1, 2) দ্বারা সূচিত হয় তবে $PU_2 + QU_1 + RU = 0$, হবে যেখানে

(A) $P = x^2 - 2B$, $Q = 2x$, $R = 3x$

(B) $P = x^2 - 2Bx + C$, $Q = 4(x - B)$, $R = 2$

(C) $P = 2x$, $Q = 2B$, $R = 2$

(D) $P = x^2$, $Q = x$, $R = 3$

16

M-2024

45. The equation $2^x + 5^x = 3^x + 4^x$ has
   (A) no real solution
   (B) only one non-zero real solution
   (C) infinitely many solutions
   (D) only three non-negative real solutions

$2^x + 5^x = 3^x + 4^x$ সমীকরণটির
   (A) কোনে বাস্তব সমাধান নই
   (B) একটিমাত্র অশূন্য বাস্তব সমাধান আছে
   (C) অসংখ্য বাস্তব সমাধান আছে
   (D) শুধুমাত্র তিনটি অ-ঋণাত্মক বাস্তব সমাধান আছে

46. Consider the function $f(x) = (x - 2) \log_e x$. Then the equation $x \log_e x = 2 - x$
   (A) has at least one root in (1, 2)
   (B) has no root in (1, 2)
   (C) is not at all solvable
   (D) has infinitely many roots in (–2, 1)

$f(x) = (x - 2) \log_e x$ অপেক্ষকটি বিবেচনা কর। সেক্ষেত্রে $x \log_e x = 2 - x$ সমীকরণটির
   (A) (1, 2)-তে কমপক্ষে একটি বাস্তব বীজ আছে
   (B) (1, 2)-তে কোনো বীজ নেই
   (C) আদৌ সমাধান যোগ্য নয়
   (D) (–2, 1)-এ অসংখ্য সমাধান আছে

47. If α, β are the roots of the equation $ax^2 + bx + c = 0$ then $\lim_{x \to \beta} \frac{1 - \cos(ax^2 + bx + c)}{(x - \beta)^2}$ is

$ax^2 + bx + c = 0$ সমীকরণের বীজদ্বয় α ও β হলে $\lim_{x \to \beta} \frac{1 - \cos(ax^2 + bx + c)}{(x - \beta)^2}$ এর মান হবে

   (A) $(\alpha - \beta)^2$ (B) $\frac{1}{2}(\alpha - \beta)^2$ (C) $\frac{a^2}{4}(\alpha - \beta)^2$ (D) $\frac{a^2}{2}(\alpha - \beta)^2$

17   P.T.O.

M-2024

48. If $f(x) = \frac{e^x}{1+e^x}$, $I_1 = \int_{f(-a)}^{f(a)} x\, g(x(1-x))\, dx$ and $I_2 = \int_{f(-a)}^{f(a)} g(x(1-x))\, dx$, then the value of $\frac{I_2}{I_1}$ is

যদি $f(x) = \frac{e^x}{1+e^x}$, $I_1 = \int_{f(-a)}^{f(a)} x\, g(x(1-x))\, dx$ এবং $I_2 = \int_{f(-a)}^{f(a)} g(x(1-x))\, dx$ সেক্ষেত্রে $\frac{I_2}{I_1}$ -এর মান হবে

(A) −1 (B) −3 (C) 2 (D) 1

49. Let $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ be a differentiable function and $f(1) = 4$. Then the value of $\lim_{x\to 1} \int_4^{f(x)} \frac{2t}{x-1} dt$, if $f'(1) = 2$ is

$f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ অবকলনযোগ্য অপেক্ষক দেওয়া আছে এবং $f(1) = 4$.

যদি $f'(1) = 2$ হয়, তবে $\lim_{x\to 1} \int_4^{f(x)} \frac{2t}{x-1} dt$, এর মান হবে

(A) 16 (B) 8 (C) 4 (D) 2

50. If $\int \frac{\log_e (x+\sqrt{1+x^2})}{\sqrt{1+x^2}} dx = f(g(x)) + c$ then

যদি $\int \frac{\log_e (x+\sqrt{1+x^2})}{\sqrt{1+x^2}} dx = f(g(x)) + c$ হয় তাহলে

(A) $f(x) = \frac{x^2}{2}$, $g(x) = \log_e (x + \sqrt{1+x^2})$

(B) $f(x) = \log_e (x + \sqrt{1+x^2})$, $g(x) = \frac{x^2}{2}$

(C) $f(x) = x^2$, $g(x) = \log_e (x + \sqrt{1+x^2})$

(D) $f(x) = \log_e (x - \sqrt{1+x^2})$, $g(x) = x^2$

M-2024

Category-2 (Q. 51 to 65)

(Carry 2 marks each. Only one option is correct. Negative marks: –½)

51. Let $I(R) = \int_0^R e^{-R \sin x}\, dx,\ R > 0.$

then,

(A) $I(R) > \frac{\pi}{2R}(1 - e^{-R})$ (B) $I(R) < \frac{\pi}{2R}(1 - e^{-R})$

(C) $I(R) = \frac{\pi}{2R}(1 - e^{-R})$ *(D) I(R) and $\frac{\pi}{2R}(1 - e^{-R})$ are not comparable

ধরি, $I(R) = \int_0^R e^{-R \sin x}\, dx,\ R > 0.$

সেক্ষেত্রে,

(A) $I(R) > \frac{\pi}{2R}(1 - e^{-R})$ (B) $I(R) < \frac{\pi}{2R}(1 - e^{-R})$

(C) $I(R) = \frac{\pi}{2R}(1 - e^{-R})$ (D) I(R) এবং $\frac{\pi}{2R}(1 - e^{-R})$ সমতুল্য নয়

52. Consider the function $f(x) = x(x - 1)(x - 2) \ldots (x - 100)$. Which one of the following is correct ?

(A) This function has 100 local maxima
(B) This function has 50 local maxima
(C) This function has 51 local maxima
(D) Local minima do not exist for this function

$f(x) = x(x - 1)(x - 2) \ldots (x - 100)$ অপেক্ষকটি বিবেচনা কর।
নিম্নের কোনটি সত্য ?

(A) অপেক্ষকটি 100টি স্থানীয় সর্বোচ্চ মান আছে
(B) অপেক্ষকটি 50টি স্থানীয় সর্বোচ্চ মান আছে
(C) অপেক্ষকটি 51টি স্থানীয় সর্বোচ্চ মান আছে
(D) এই অপেক্ষকটি ক্ষেত্রে স্থানীয় সর্বনিম্ন মান নেই

M-2024

53. In a plane $\vec{a}$ and $\vec{b}$ are the position vectors of two points A and B respectively. A point P with position vector $\vec{r}$ moves on that plane in such a way that $|\vec{r}-\vec{a}| \sim |\vec{r}-\vec{b}| = c$ (real constant). The locus of P is a conic section whose eccentricity is

(A) $\dfrac{|\vec{a}-\vec{b}|}{c}$

(B) $\dfrac{|\vec{a}+\vec{b}|}{c}$

(C) $\dfrac{|\vec{a}-\vec{b}|}{2c}$

(D) $\dfrac{|\vec{a}+\vec{b}|}{2c}$

তলে A ও B বিন্দুর অবস্থান ভেক্টর যথাক্রমে $\vec{a}$ ও $\vec{b}$। একটি বিন্দু P-এর অবস্থান ভেক্টর হয় $\vec{r}$। P-বিন্দুটি তলে এভাবে গতিশীল যে

$|\vec{r}-\vec{a}| \sim |\vec{r}-\vec{b}| = c$ (বাস্তব ধ্রুবক পদ)

সেক্ষেত্রে P-এর সঞ্চারপথ একটি কণিক যার উৎকেন্দ্রতা

(A) $\dfrac{|\vec{a}-\vec{b}|}{c}$

(B) $\dfrac{|\vec{a}+\vec{b}|}{c}$

(C) $\dfrac{|\vec{a}-\vec{b}|}{2c}$

(D) $\dfrac{|\vec{a}+\vec{b}|}{2c}$

20

M-2024

54. Five balls of different colours are to be placed in three boxes of different sizes. The number of ways in which we can place the balls in the boxes so that no box remains empty is

পাঁচটি বিভিন্ন রঙের বল তিনটি বিভিন্ন আকারের বাক্সে রাখতে হবে। কোন বাক্স খালি না রেখে পাঁচটি বল তিনটি বাক্সে যতরকম ভাবে রাখা যায় তার সংখ্যা হবে

(A) 160 (B) 140 (C) 180 (D) 150

55. Let $A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & -1 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 7 \end{pmatrix}$

Then for the validity of the result AX = B, X is

মনে কর, $A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & -1 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 7 \end{pmatrix}$

AX = B সমীকরণটির বৈধতার জন্য X হবে

(A) $\begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 7 \end{pmatrix}$ (B) $\begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 4 \end{pmatrix}$ (C) $\begin{pmatrix} 3 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}$ (D) $\begin{pmatrix} 4 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}$

56. If $\alpha_1, \alpha_2, \ldots, \alpha_n$ are in A.P. with common difference θ, then the sum of the series

$$\sec\alpha_1 \sec\alpha_2 + \sec\alpha_2 \sec\alpha_3 + \ldots. + \sec\alpha_{n-1} \sec\alpha_n = k(\tan\alpha_n - \tan\alpha_1)$$

where k =

$\alpha_1, \alpha_2, \ldots, \alpha_n$ A.P.-তে আছে, যাদের সাধারণ অন্তর হল θ। সেক্ষেত্রে

$$\sec\alpha_1 \sec\alpha_2 + \sec\alpha_2 \sec\alpha_3 + \ldots. + \sec\alpha_{n-1} \sec\alpha_n = k(\tan\alpha_n - \tan\alpha_1)$$

হলে k =

(A) sin θ (B) cos θ (C) sec θ (D) cosec θ

P.T.O.

M-2024

57. For the real numbers x & y, we write x p y iff $x - y + \sqrt{2}$ is an irrational number. Then relation p is

(A) reflexive (B) symmetric

(C) transitive (D) equivalence relation

x, y বাস্তব রাশির জন্য x p y হবে যদি ও কেবলমাত্র যদি $x - y + \sqrt{2}$ অমূলদ সংখ্যা হয়। p হবে

(A) স্বসম (B) প্রতিসম

(C) সংক্রমন (D) সমতুল্য সম্পর্ক

58. Let $A = \begin{bmatrix} 0 & 0 & -1 \\ 0 & -1 & 0 \\ -1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$, then

(A) A is a null matrix (B) A is skew symmetric matrix

(C) A^{-1} does not exist (D) $A^2 = I$

যদি $A = \begin{bmatrix} 0 & 0 & -1 \\ 0 & -1 & 0 \\ -1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$ হয়, তবে

(A) A শূন্য ম্যাট্রিক্স (B) A একটি বিপ্রতিসম ম্যাট্রিক্স

(C) A^{-1} এর অস্তিত্ব নেই (D) $A^2 = I$

59. If $1000! = 3^n \times m$ where m is an integer not divisible by 3, then n =

যদি $1000! = 3^n \times m$ হয় যেখানে m একটি পূর্ণসংখ্যা যাহা 3 দিয়ে বিভাজ্য নয় তবে n =

(A) 498 (B) 298 (C) 398 (D) 98

22

M-2024

60. If A and B are acute angles such that $\sin A = \sin^2 B$ and $2\cos^2 A = 3\cos^2 B$, then (A, B) =

A ও B সূক্ষ্মকোণ, যদি $\sin A = \sin^2 B$ এবং $2\cos^2 A = 3\cos^2 B$ হয়, তবে (A, B) =

(A) $\left(\frac{\pi}{6}, \frac{\pi}{4}\right)$ (B) $\left(\frac{\pi}{6}, \frac{\pi}{6}\right)$ (C) $\left(\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{6}\right)$ (D) $\left(\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{4}\right)$

61. If two circles which pass through the points (0, a) and (0, –a) and touch the line $y = mx + c$, cut orthogonally then

দুটি বৃত্ত (0, a) ও (0, –a) বিন্দুগামী, $y = mx + c$ কে স্পর্শ করে ও লম্বভাবে ছেদ করে। সেক্ষেত্রে

(A) $c^2 = a^2(1 + m^2)$
(B) $c^2 = a^2(2 + m^2)$
(C) $c^2 = a^2(1 + 2m^2)$
(D) $2c^2 = a^2(1 + m^2)$

62. The locus of the midpoint of the system of parallel chords parallel to the line $y = 2x$ to the hyperbola $9x^2 - 4y^2 = 36$ is

$9x^2 - 4y^2 = 36$ পরাবৃত্তে $y = 2x$-এর সমান্তরাল জ্যা-প্রণালীর মধ্যবিন্দুসমূহের সঞ্চারপথ হবে

(A) $8x - 9y = 0$ (B) $9x - 8y = 0$ (C) $8x + 9y = 0$ (D) $9x - 4y = 0$

63. Angle between two diagonals of a cube will be

একটি ঘনকের দুটির কর্ণের মধ্যের কোণটি হল

(A) $\cos^{-1}\left(\frac{1}{3}\right)$
(B) $\sin^{-1}\left(\frac{1}{3}\right)$
(C) $\frac{\pi}{2} - \cos^{-1}\left(\frac{1}{3}\right)$
(D) $\frac{\pi}{2} - \sin^{-1}\left(\frac{1}{3}\right)$

M-2024

64. If $y = \tan^{-1}\left[\frac{\log_e\left(\frac{e}{x^2}\right)}{\log_e(ex^2)}\right] + \tan^{-1}\left[\frac{3+2\log_e x}{1-6\cdot\log_e x}\right]$, then $\frac{d^2y}{dx^2} =$

যদি $y = \tan^{-1}\left[\frac{\log_e\left(\frac{e}{x^2}\right)}{\log_e(ex^2)}\right] + \tan^{-1}\left[\frac{3+2\log_e x}{1-6\cdot\log_e x}\right]$ হয়, তবে $\frac{d^2y}{dx^2} =$

(A) 2

(B) 1

(C) 0

(D) –1

65. $\lim_{n\to\infty} \frac{1}{n^{k+1}}[2^k + 4^k + 6^k + ... + (2n)^k] =$

(A) $\frac{2^k}{k}$

(B) $\frac{2^{k+1}}{k+1}$

(C) $\frac{2^k}{k+1}$

(D) $\frac{2^k}{k-1}$

24

M-2024

Category-3 (Q. 66 to 75)

(Carry 2 marks each. One or more options are correct. No negative marks)

66. The acceleration f ft/sec^2 of a particle after a time t sec starting from rest is given by $f = 6 - \sqrt{1.2\,t}$. Then the maximum velocity v and time T to attend this velocity are

স্থিতাবস্থা থেকে যাত্রা শুরুর t সেকেণ্ড পরে বস্তুকণার ত্বরণ হয় $f = 6 - \sqrt{1.2\,t}$. সর্বোচ্চ গতিবেগ v ও ঐ গতিবেগ পৌঁছতে সময় T হলে (ত্বরণ f ft/sec^2)

(A) T = 20 sec
(B) v = 60 ft/sec
(C) T = 30 sec
(D) v = 40 tt/sec

67. Let Γ be the curve $y = be^{-x/a}$ & L be the straight line $\frac{x}{a}+\frac{y}{b}=1$ where a, b ∈ ℝ.

Then

(A) L touches the curve Γ at the point where the curve crosses the axis of y.
(B) L does not touch the curve at the point where the curve crosses the axis of y.
(C) Γ touches the axis of x at a point.
(D) Γ never touches the axis of x.

মনে কর Γ বক্ররেখাটি $y = be^{-x/a}$ ও L হল সরলরেখা $\frac{x}{a}+\frac{y}{b}=1$, a, b ∈ ℝ.

সেক্ষেত্রে

(A) L, Γ কে বক্ররেখা ও y-অক্ষের ছেদবিন্দুতে স্পর্শ করে
(B) L, Γ কে বক্ররেখা ও y-অক্ষের ছেদবিন্দুতে স্পর্শ করে না
(C) Γ x-অক্ষকে স্পর্শ করে
(D) Γ কখনোই x-অক্ষকে স্পর্শ করে না

25 P.T.O.

M-2024

68. If n is a positive integer, the value of $(2n + 1)\,{}^nC_0 + (2n - 1)\,{}^nC_1 + (2n - 3)\,{}^nC_2 + \ldots + 1 \cdot {}^nC_n$ is

(A) $(n + 1)\,2^n$

(B) 3^n

(C) $f'(2)$ where $f(x) = x^{n+1}$

(D) $(n + 1)2^{n+1}$

n ধনাত্মক পূর্ণসংখ্যা হলে

$(2n + 1)\,{}^nC_0 + (2n - 1)\,{}^nC_1 + (2n - 3)\,{}^nC_2 + \ldots + 1 \cdot {}^nC_n$ এর মান হবে

(A) $(n + 1)\,2^n$

(B) 3^n

(C) $f'(2)$ যেখানে $f(x) = x^{n+1}$

(D) $(n + 1)2^{n+1}$

69. If the quadratic equation $ax^2 + bx + c = 0$ $(a > 0)$ has two roots α and β such that $\alpha < -2$ and $\beta > 2$, then

$ax^2 + bx + c = 0$ $(a > 0)$ সমীকরণের বীজদ্বয় α ও β । যদি $\alpha < -2$ এবং $\beta > 2$ হয়, তবে

(A) $c < 0$

(B) $a + b + c > 0$

(C) $a - b + c < 0$

(D) $a - b + c > 0$

M-2024

70. If $a_i, b_i, c_i \in \mathbb{R}$ ($i = 1, 2, 3$) and $x \in \mathbb{R}$ and $\begin{vmatrix} a_1+b_1x & a_1x+b_1 & c_1 \\ a_2+b_2x & a_2x+b_2 & c_2 \\ a_3+b_3x & a_3x+b_3 & c_3 \end{vmatrix} = 0$, then

(A) $x = 1$ (circled)

(B) $x = -1$ (circled)

(C) $\begin{vmatrix} a_1 & b_1 & c_1 \\ a_2 & b_2 & c_2 \\ a_3 & b_3 & c_3 \end{vmatrix} = 0$

(D) $x = 2$

যদি $a_i, b_i, c_i \in \mathbb{R}$ ($i = 1, 2, 3$) এবং $x \in \mathbb{R}$ হয়, তবে $\begin{vmatrix} a_1+b_1x & a_1x+b_1 & c_1 \\ a_2+b_2x & a_2x+b_2 & c_2 \\ a_3+b_3x & a_3x+b_3 & c_3 \end{vmatrix} = 0$ হবে, যদি

(A) $x = 1$ হয়

(B) $x = -1$ হয়

(C) $\begin{vmatrix} a_1 & b_1 & c_1 \\ a_2 & b_2 & c_2 \\ a_3 & b_3 & c_3 \end{vmatrix} = 0$ হয়

(D) $x = 2$ হয়

71. The function $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ defined by $f(x) = e^x + e^{-x}$ is :

(A) one-one

(B) onto

(C) bijective

(D) not bijective (circled)

$f(x) = e^x + e^{-x}$ দ্বারা সংজ্ঞাত $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ চিত্রণটি

(A) একৈক

(B) উপরিচিত্রণ

(C) একই সঙ্গে একৈক ও উপরিচিত্রণ

(D) একৈক ও উপরিচিত্রণ নয়

27

P.T.O.

M-2024

72. A square with each side equal to 'a' above the x-axis and has one vertex at the origin. One of the sides passing through the origin makes an angle α $\left(0<\alpha<\frac{\pi}{4}\right)$ with the positive direction of the axis. Equation of the diagonals of the square

প্রতি বাহু 'a' দৈর্ঘ্যবিশিষ্ট একটি বর্গক্ষেত্র x-অক্ষের ঊর্ধ্বাংশে অবস্থিত ও তার একটি কৌণিক বিন্দু মূলবিন্দুতে অবস্থিত। মূলবিন্দুগামী একটি বাহু অক্ষের ধনাত্মক দিকের সঙ্গে α $\left(0<\alpha<\frac{\pi}{4}\right)$ কোণ উৎপন্ন করে। বর্গক্ষেত্রের কর্ণের সমীকরণ হল

(A) $y(\cos\alpha - \sin\alpha) = x(\sin\alpha + \cos\alpha)$

(B) $y(\cos\alpha + \sin\alpha) = x(\cos\alpha - \sin\alpha)$

(C) $y(\sin\alpha + \cos\alpha) + x(\cos\alpha - \sin\alpha) = a$

(D) $y(\cos\alpha - \sin\alpha) + x(\cos\alpha + \sin\alpha) = a$

73. If ABC is an isosceles triangle and the coordinates of the base points are B(1, 3) and C(–2, 7). The coordinates of A can be

ΔABC একটি সমদ্বিবাহু ত্রিভুজের ভূমি BC এর B(1, 3) ও C(–2, 7) দেওয়া আছে। A-র স্থানাঙ্ক হতে পারে

(A) (1, 6)

(B) $\left(-\frac{1}{8}, 5\right)$

(C) $\left(\frac{5}{6}, 6\right)$

(D) $\left(-7, \frac{1}{8}\right)$

M-2024

74. The points of extremum of $\int_0^{x^2} \frac{t^2 - 5t + 4}{2 + e^t} dt$ are

$\int_0^{x^2} \frac{t^2 - 5t + 4}{2 + e^t}$ dt-এর সর্বোচ্চ/সর্বনিম্ন বিন্দুগুলি হল

(A) ± 1 (B) ± 2

(C) ± 3 (D) $\pm \sqrt{2}$

75. Choose the correct statement :

(A) $x + \sin 2x$ is a periodic function

(B) $x + \sin 2x$ is not a periodic function

(C) $\cos(\sqrt{x} + 1)$ is a periodic function

(D) $\cos(\sqrt{x} + 1)$ is not a periodic function

সঠিক বিবৃতি নির্ধারণ কর:

(A) $x + \sin 2x$ একটি পর্যাবৃত্ত অপেক্ষক

(B) $x + \sin 2x$ একটি পর্যাবৃত্ত অপেক্ষক নয়

(C) $\cos(\sqrt{x} + 1)$ একটি পর্যাবৃত্ত অপেক্ষক

(D) $\cos(\sqrt{x} + 1)$ একটি পর্যাবৃত্ত অপেক্ষক নয়

67

M-2024
Subject : MATHEMATICS

সময় : ২ ঘন্টা পূর্ণমান : ১০০

নির্দেশাবলী

১. এই প্রশ্নপত্রের সব প্রশ্নই অবজেক্টিভ প্রশ্ন এবং প্রতিটি প্রশ্নের চারটি সম্ভাব্য উত্তর দেওয়া আছে।
২. Category-1 : একটি উত্তর সঠিক। সঠিক উত্তর দিলে 1 নম্বর পাবে। ভুল উত্তর দিলে অথবা যে কোন একাধিক উত্তর দিলে ¼ নম্বর কাটা যাবে।
৩. Category-2 : একটি উত্তর সঠিক। সঠিক উত্তর দিলে 2 নম্বর পাবে। ভুল উত্তর দিলে অথবা যে কোন একাধিক উত্তর দিলে ½ নম্বর কাটা যাবে।
৪. Category-3 : এক বা একাধিক উত্তর সঠিক। সব কটি সঠিক উত্তর দিলে 2 নম্বর পাবে। যদি কোন ভুল উত্তর না থাকে এবং সঠিক উত্তরও সব কটি না থাকে তাহলে পাবে 2 × যে কটি সঠিক উত্তর দেওয়া হয়েছে তার সংখ্যা ÷ আসলে যে কটি উত্তর সঠিক তার সংখ্যা। যদি কোনো ভুল উত্তর দেওয়া হয় বা একাধিক উত্তরের মধ্যে একটিও ভুল থাকে তাহলে উত্তরটি ভুল ধরে নেওয়া হবে। কিন্তু সেক্ষেত্রে কোনো নম্বর কাটা যাবে না, অর্থাৎ শূন্য নম্বর পাবে।
৫. OMR পত্রে A, B, C, D চিহ্নিত সঠিক ঘরটি ভরাট করে উত্তর দিতে হবে।
৬. OMR পত্রে উত্তর দিতে শুধুমাত্র কালো বা নীল কালির বল পয়েন্ট পেন ব্যবহার করবে।
৭. OMR পত্রে নির্দিষ্ট স্থান ছাড়া অন্য কোথাও কোনো দাগ দেবে না।
৮. OMR পত্রে নির্দিষ্ট স্থানে প্রশ্নপত্রের নম্বর এবং নিজের রোল নম্বর অতি সাবধানতার সাথে লিখতে হবে এবং প্রয়োজনীয় ঘরগুলি পূরণ করতে হবে।
৯. OMR পত্রে নির্দিষ্ট স্থানে নিজের নাম ও পরীক্ষাকেন্দ্রের নাম লিখতে হবে এবং নিজের (Admit Card এ উল্লেখিত) স্বাক্ষর করতে হবে।
১০. প্রশ্নপত্রের নম্বর বা রোল নম্বর ভুল লিখলে অথবা ভুল ঘর ভরাট করলে, পরীক্ষার্থীর নাম, পরীক্ষাকেন্দ্রের নাম বা স্বাক্ষরে কোনো ভুল থাকলে উত্তরপত্র বাতিল হয়ে যেতে পারে। OMR পত্রটি ভাঁজ হলে বা তাতে অনাবশ্যক দাগ পড়লেও বাতিল হয়ে যেতে পারে। পরীক্ষার্থীর এই ধরনের ভুল বা অসর্তকতার জন্য উত্তরপত্র বাতিল হলে একমাত্র পরীক্ষার্থী নিজেই তার জন্য দায়ী থাকবে।
১১. মোবাইলফোন,ক্যালকুলেটর, স্লাইডরুল, লগটেবল, হাতঘড়ি, রেখাচিত্র, গ্রাফ বা কোন ধরনের তালিকা পরীক্ষা কক্ষে আনা যাবে না। আনলে সেটি বাজেয়াপ্ত হবে এবং পরীক্ষার্থীর ওই পরীক্ষা বাতিল করা হবে।
১২. প্রশ্নপত্রে রাফ কাজ করার জন্য ফাঁকা জায়গা দেওয়া আছে। অন্য কোনো কাগজ এই কাজে ব্যবহার করা যাবে না।
১৩. পরীক্ষা কক্ষ ছাড়ার আগে OMR পত্র অবশ্যই পরিদর্শককে দিয়ে যাবে।
১৪. এই প্রশ্নপত্রে ইংরাজী ও বাংলা উভয় ভাষাতেই প্রশ্ন দেওয়া আছে। বাংলা মাধ্যমে প্রশ্ন তৈরীর সময় প্রয়োজনীয় সাবধানতা ও সতর্কতা অবলম্বন করা হয়েছে। তা সত্ত্বেও যদি কোন অসঙ্গতি লক্ষ্য করা যায়, সেক্ষেত্রে ইংরাজী মাধ্যমে দেওয়া প্রশ্ন ঠিক ও চূড়ান্ত বলে বিবেচিত হবে।
১৫. পরীক্ষাশেষে পরীক্ষার্থীরা প্রশ্নপত্রটি নিয়ে যাবে।

✿